

Harmonikus rezgőmozgás vizsgálata és rezgésidő meghatározása

A mérés során a következő szimulációt kell használnod, amelyet a következő QR-kódon találsz meg.

(https://phet.colorado.edu/sims/html/masses-and-springs/latest/masses-and-springs_all.html?locale=hu) A szimulációt megnyitva több lehetőséget is választhatsz, most kattints a Vektorok felírára. Megnyitva a szimulációt az egyik rugóra akassz egy tetszőleges tömegű súlyt, majd jelenítsd meg a testre ható erőket, ha a test az **egyensúlyi helyzet**ben van. Mi jelent az egyensúly kifejezés?



1. Készíts rajzot a mérési elrendezésről! Rajzold be a testre ható erőket az egyensúlyi helyzetben. Írd fel a dinamika alapegyenletét és értelmezd azt. Miért van nyugalomban a test ekkor?

A rugóra akasztott testet, ha az egyensúlyi állapotából kitérítjük, akkor egy periodikus mozgást végez, ez a mozgás a **rezgőmozgás**. Azaz a test két szélsőhelyzet között rezeg. A rezgőtest kitérését az egyensúlyi helyzettől mérjük és y -nal jelöljük általában, de egyes könyvek x -el jelölik azt.

Fogalmazd meg a periódusidő és a frekvencia fogalmát, hogy az a rezgőmozgásra illeszkedjen.

– rezgésidő:

– rezgésszám:

– amplitúdó: a rezgőtest legnagyobb kitérése, a jele: A és a mértékegysége a méter

2. Készíts egy második rajzot, amely pedig az alsó szélsőhelyzetben szemlélteti a testre ható erőket. Melyik erő nagysága változott meg az egyensúlyi helyzethez képest? Írd fel ebben a helyzetben a dinamika alapegyenletét. Mit tudunk a test gyorsulásáról és sebességéről ebben a helyzetben? (Szimuláció segít.)

3. Hogyan változik a test sebessége a mozgás során? Hol veszi fel a maximum és a minimum értéket? Hogyan változik a test gyorsulása? Hol veszi fel a maximum és minimum értéket? Mi a dinamikai magyarázat?

4. A feladat a rezgésidő meghatározása, vizsgáljuk meg milyen tényezők határozzák meg a mozgás élénkségét és azok, milyen kapcsolatban állnak a rezgésidővel. Egy teljes rezgést az egyik szélső helyzetből kiindulva határozz meg.

A. Mérd le 10 teljes rezgés idejét két különböző tömegű rugóra akasztott súly esetében.

$m_1 = \dots\dots\dots$ kg

$t_1 = \dots\dots\dots$ s

$m_2 = \dots\dots\dots$ kg

$t_2 = \dots\dots\dots$ s

B. Mérd le 10 teljes rezgés idejét két különböző rugóállandójú rugó esetében! (Súlyok legyenek azonosak a két mérés esetében.)

D_1

$t_1 = \dots\dots\dots$ s

D_2

$t_2 = \dots\dots\dots$ s

C. Milyen következtetésekre jutottál a felső két mérés következtében?

.....

.....

.....

D. Vizsgáld meg a periódusidő és a rugóra akasztott test tömegének a kapcsolatát. Mérd meg 10 teljes rezgés idejét 3 különböző rugóra akasztott súly esetében. Rendezd az adatokat egy táblázatba és számold ki egy teljes rezgés idejét.

Ábrázold a rezgésidőt a tömeg függvényében egy grafikonon. Nevezd meg a kapott függvényt.

Ábrázold a rezgésidőt a tömeg négyzetgyökének függvényében. Nevezd meg a kapott függvényt.

Hogyan függ a rezgésidő a tömegtől?

E. Határozzuk meg egy ismeretlen tömegű test tömegét a kapott grafikon segítségével (2.grafikon).

Határozd meg a kapott lineáris függvény segítségével egy rugóra akasztott test tömegét, amelyet az egyensúlyi helyzetből kitérítünk és rezgőmozgást végez és tudjuk, hogy a rezgésidője 1,5 s.

Ehhez írd fel a lineáris függvény hozzárendelési szabályát.

Mely fizikai mennyiséget jelöli most a hozzárendelési szabályban az x és y (f(X))?

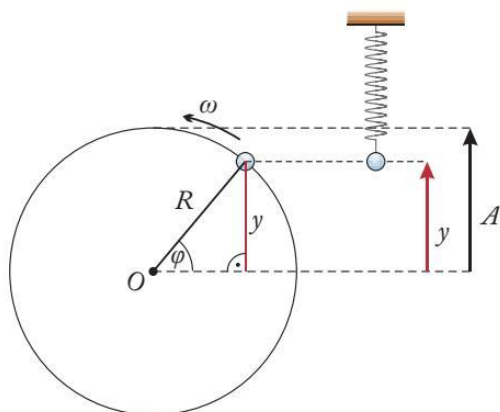
Mennyi a függvényed meredeksége? Számítsd ki.

A kiszámított meredekséget és a periódusidőt írd be a függvényed hozzárendelési szabályába és számold ki a rugóra akasztott test tömegét.

5. Eddig kísérletileg vizsgáltuk a periódusidőt, hogy mely fizikai mennyiségek és hogyan befolyásolták azt. Most vezessük le a rezgésidőt megadó képletet, felhasználva már egy jól ismert periodikus jelenséget, a körmozgást. Ehhez a következő szimulációt nyisd meg:

https://www.vascak.cz/data/android/physicsatschool/template.php?s=kv_pohyb_po_kruznici&l=hu

Vegyünk egy körmozgást végző testet (legyen egy golyó, amelyet egy fémrúdra rögzítünk és hozzuk forgásba egy tengely körül) ezt világítsuk meg egy fényforrással (fényugarak párhuzamosak egymással és a körpálya síkjával is), majd egy ernyőn figyeljük a körmozgást végző test árnyékát. Vegyünk egy rugóra rögzített másik golyót, amelyet majd kitérítünk az egyensúlyi helyzetéből és úgy helyezük el, hogy a megvilágítás ezt is érje és az árnyéka megjelenjen az ernyőn a körmozgást végző golyó mellett. Ha a következő beállításokat elvégezzük, a körpálya sugara megegyezik a rezgés amplitúdójával, a két mozgás periódusideje egyenlő, valamint a kezdőpillanatban a két test a körpálya középpontjának magasságából egy irányba (pl. felfelé) indul. Akkor azt tapasztaljuk, hogy a megfelelően beállított kör-, illetve rezgőmozgást végző testek árnyéka az ernyőn együtt mozog. Ezeket a feltételeket teljesítő körmozgást **referencia körmozgásnak** nevezzük.



1. ábra Referencia körmozgás és rezgőmozgás kitérése.

Forrás:

https://www.nkp.hu/tankonyv/fizika_9_10_ii_nat2020_b/lecke_04_002 (utolsó letöltés: 2026.05.02.)

$$y \text{ meghatározása: } \sin(\varphi) = \frac{y}{R} \rightarrow y = R \cdot \sin(\varphi)$$

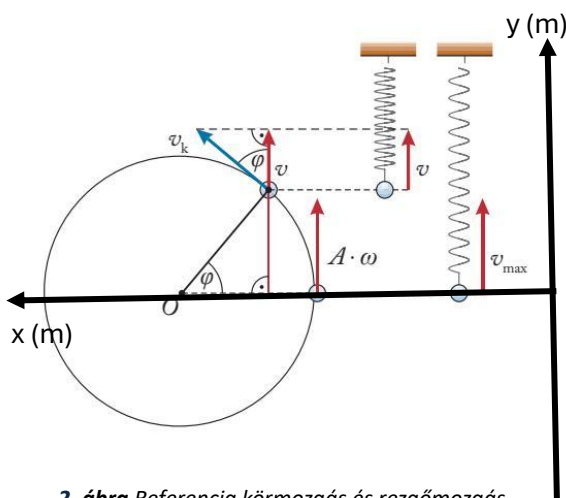
A szögelfordulás az idő elteltével változik, így az egyensúlyi helyzettől való távolság is. Illetve a szögelfordulás megadható a szögsebesség és az eltelt idő szorzataként, ezeket felhasználva a kitérés felírható az idő függvényében: $y(t) = R \cdot \sin(\alpha)$. A rezgőmozgást végző test kitérése eszerint változik, hiszen a körmozgást végző testtel együtt mozog, a rezgőmozgást végző test amplitúdó (A) megegyezik a kör sugarával (R). A rezgőmozgás **kitérés-idő függvényében** szereplő φ a **rezgőmozgás fázisszöge**, az ω , pedig a **körfrekvenciája a rezgőmozgásnak**.

Az ábrán most y-nal jelölik a kitérést és φ -vel a körmozgást végzőtest szögelfordulását. Vizsgáljuk meg hogyan változik a test kitérése az idővel a körmozgást végző testet felhasználva.

Vegyünk a referencia körmozgást végző anyagi pontot, az egyensúlyi helyzetből indulva Δt idő elteltével írjuk fel, hogy mekkora y távolságra kerül attól. Húzzuk be a P pontba a kör sugarát, majd a P pontból állítsunk merőleges az egyensúlyi helyzetet jelölő vízszintes egyenesre, ez a merőleges lesz az y távolság. Az y meghatározható a kör sugarának és a szögelfordulás ismeretében szögfüggvény felhasználásával.

A rezgőmozgás **kitérés- idő függvénye**: $y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Sebesség-idő függvény: Korábban megállapítottad, hogy a rezgőmozgást végző test sebessége a mozgás során folyamatosan változik. Írd fel a sebesség változást az idő függvényében az ábra alapján, az egyensúlyi helyzettől vizsgálva a két mozgást.



2. ábra Referencia körmozgás és rezgőmozgás sebessége.

Forrás:

https://www.nkp.hu/tankonyv/fizika_9_10_ii_nat2020_b/lecke_04_002 (utolsó letöltés: 2026.05.02.)

Tengelyek saját szerkesztés.

A körmozgást végző testet kerületi sebességgel jellemeztük, amely érintő irányú. A rezgőmozgást végző test sebességvektora a kitéréssel párhuzamos. Ahhoz, hogy a körmozgást felhasználva megkaphassuk a rezgő test sebességét leíró függvényt, a körmozgást végző test kerületi sebességét fel kell fognunk két sebesség eredőjeként, amelyekkel egyszerre mozog az anyagi pont vízszintes és függőleges irányba, hiszen körmozgás során a koordináta rendszerben mind az x-, mind az y-tengely mentén mozgást végez.

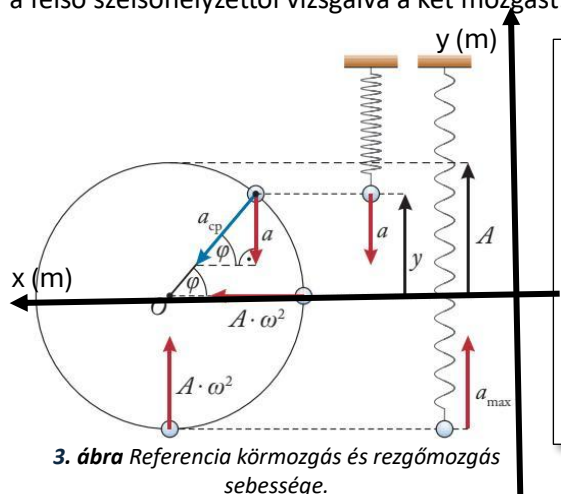
Nekünk a függőleges irányú sebesség komponensét kell meghatározni, ez a v_y , ha ismerjük a kerületi sebesség nagyságát és a szögelfordulást.

$$\cos(\varphi) = \frac{v_y}{v_k} \rightarrow v_y = v_k \cdot \cos(\varphi)$$

A szögelfordulás az idővel folyamatosan változik, és v_y komponens nagysága is. A kerületi sebesség felírható a kör sugarának és a szögsebesség szorzataként is. Ezt felhasználhatjuk a rezgőmozgást végző testre, amely alapján a következő összefüggést kapjuk.

A rezgőmozgás **sebesség- idő függvénye**: $v(t) = A\omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$

Gyorsulás-idő függvény: Korábban megállapítottad, hogy a rezgőmozgást végző test gyorsulása a mozgás során folyamatosan változik és a kitéréssel ellentétes irányú. Írd fel a gyorsulás változását az idő függvényében az ábra alapján, a felső szélsőhelyzettől vizsgálva a két mozgást.



3. ábra Referencia körmozgás és rezgőmozgás sebessége.

Forrás:

https://www.nkp.hu/tankonyv/fizika_9_10_ii_nat2020_b/lecke_04_002 (utolsó letöltés: 2026.05.02.)

Tengelyek saját szerkesztés.

A körmozgást végző test sebességének irányváltozását centripetális gyorsulással jellemeztük, amely mindig a kör középpontjába mutat. A rezgőmozgást végző test gyorsulásvektora a kitéréssel párhuzamos és azzal ellentétes irányú. Ahhoz, hogy a körmozgást felhasználva megkaphassuk a rezgő test gyorsulását leíró függvényt, a körmozgást végző test centripetális gyorsulását fel kell fognunk két gyorsulás eredőjeként. Egy a rezgőmozgást végző test kitéréssel párhuzamos komponensre és egy arra merőleges komponensre.

Az a_y komponens a következő szögfüggvény felhasználásával kapható meg.

$$\sin(\varphi) = \frac{a_y}{a_{cp}} \rightarrow a_y = a_{cp} \cdot \sin(\varphi)$$

A szögelfordulás az idővel folyamatosan változik, és a_y komponens nagysága is. A centripetális gyorsulás felírható a kör sugarának és a szögsebesség négyzetének a szorzataként. Ezt felhasználhatjuk a rezgőmozgást végző testre, amely alapján a következő összefüggést kapjuk.

A rezgőmozgás **gyorsulás- idő függvénye: $a(t) = -A\omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$** , ahol a $-$ jel a kitéréssel ellentétes irányt jelöli.

Ahogy látható a kitérés, sebesség és gyorsulás időbeli változásának a felírására felhasználtuk a körmozgást és az azt leíró fizikai mennyiségeket. A rezgésidő meghatározható a gyorsulás-idő függvény és a dinamika alapegyenlete alapján.

$$a(t) = -A\omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) \rightarrow \text{egyensúlyi helyzetben, amikor a fázisszög } 0 \rightarrow \sin(0) = 0 \rightarrow \text{nincs gyorsulás}$$

→ felső egyensúlyi helyzetben, a fázisszög $\pi/2 \rightarrow \sin(\pi/2) \rightarrow 1 \rightarrow$ a gyorsulás maximális

Ekkor a gyorsulás: $a = -A\omega^2$, ahol a körfrekvencia, hasonlóan a szögsebességhez egy teljes rezgés esetén megadható, ilyenkor a fázisszög 2π , a rezgésidő $T \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$

→ Dinamika alapegyenlete a felső szélsőhelyzetben a mozgásra: $-D \cdot x = -A\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot m$, ahol $x=A$ (felhasználtuk, hogy a mozgás során a nehézségi erő értéke állandó és a test gyorsulását a rugóerő folyamatos változása idézi elő)

$D = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot m \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} \rightarrow$ mérési eredményeinket visszakaptuk, ha összeveted a korábbi ismeretlen tömeg meghatározó feladatnál használt lineáris függvény hozzárendelési szabályával, akkor láthatod a függvény meredeksége az $\frac{2\pi}{\sqrt{D}}$ hányados.

6. Vizsgáld meg a következő QR-kódon található szimulációt, majd oldd meg a hozzá kapcsolódó feladatokat. (https://www.walter-fendt.de/html5/phhu/springpendulum_hu.htm)



A szimuláción a következő mennyiségeket állítsd be: $D=45 \text{ N/m}$, $m=10 \text{ kg}$, $A=0,1 \text{ m}$. A rezgést az egyensúlyi helyzettől vizsgálja a szimuláció.

Ábrázold a kitérés-idő grafikonját a rezgő testnek. Nevezd meg a felrajzolt függvényt.

Milyen jelenségekre jellemző ez a görbe? Írj 3 gyakorlati/hétköznapi példát a jelenségre.

.....
.....

Mekkora a frekvenciája és a periódusideje a rezgésnek?

.....

Írd fel a hozzárendelési szabályát a függvénynek (amplitúdó, körfrekvencia).

Rajzold fel a rezgőmozgás sebesség-idő grafikonját, majd ellenőrizd a szimulációval azt.

Rajzold fel a gyorsulás-idő grafikonját a rezgőmozgásnak. Majd ellenőrizd a szimulációval.

Hogyan tennéd élénkebbé a mozgást? Írj két lehetőséget a megvalósításra. Majd ellenőrizd a szimulációval a válaszaidat. Írd fel a két megoldásodhoz tartozó kitérés-idő függvény hozzárendelési szabályát az új körfrekvenciával.

Milyen energiatípusokat ismersz fel a rezgőmozgás során? (Segít a szimuláció.)

.....

Hogyan változnak az energiák a mozgás során? Ideális esetben a diagrammot vizsgálva mit tudunk a teljes energiáról a mozgás során?

.....
.....

Az alsó szélsőhelyzetben felvéve a helyzeti energia nullszintjét írd fel az alsó szélsőhelyzetben, majd az egyensúlyi helyzetben a rezgő rendszer összes energiáját.

A valóságban ez teljesül? Ha igen, akkor miért, ha nem akkor miért nem? Hogyan jelenik ez meg a valóságban?

.....
.....
.....
.....

Felhasznált források:

Dégen Cs., Elblinger F., Simon P. (2021): Fizika 11. Emelt szintű képzéshez, Oktatási Hivatal, Budapest. p.6.-30.

Csajági S., Dégen Cs., Elblinger F., Major B., Simon P., Urbán J. (2022): Gyűjtemény a fizika emelt szintű oktatásához, Oktatási Hivatal, Budapest. p.148.-169.

Dr. Halász T., Dr. Jurisits J., Dr. Szűcs J. (2018): Fizika 11., Mozaik Kiadó, Szeged.p.14.-31.